Γιάννης Πλατάρος Μεσσήνη 27/6/2008

Ο ποντικοφαγωμένος χάρτης του θησαυρού!



Ο Κώστας Χρυσαφίδης, είχε μεγάλη μανία με τα μαθηματικά αλλά και με την αποθησαύριση. Απεβίωσε και στην διαθήκη του, άφησε ένα χάρτη όπου υποδεικνύει το μέρος ενός θαμμένου θησαυρού. Όμως, καθώς βρέθηκε ο χάρτης σε ένα παλιό σεντούκι, ήταν σχεδόν κατά το μεγαλύτερο μέρος του κατεστραμμένος από ποντικούς. Ένας παλιός φίλος του αποβιώσαντος που έτυχε να έχει δει τον χάρτη, θυμόταν τα εξής:

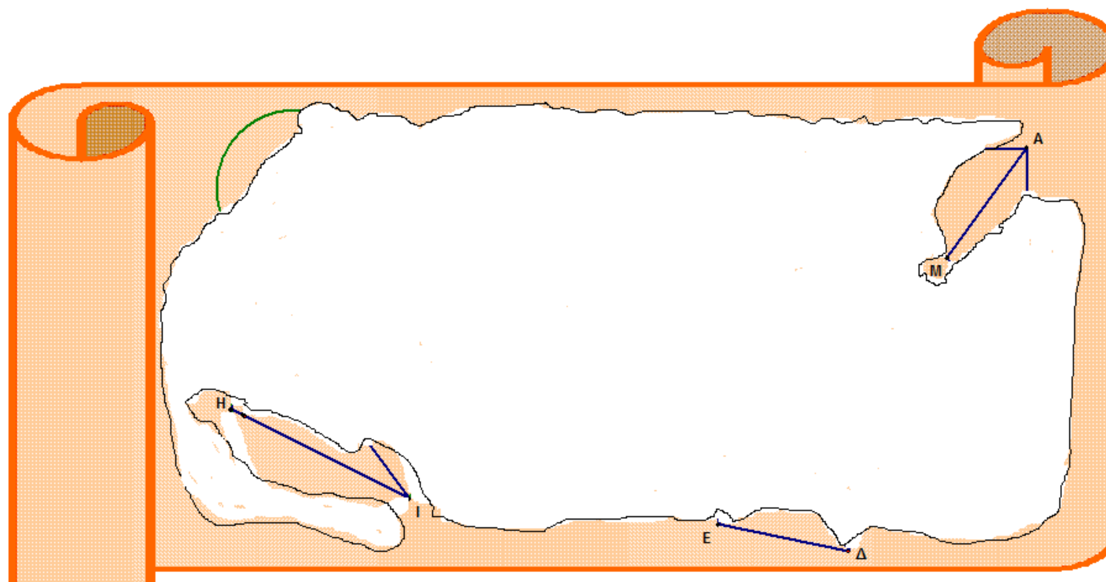
1. Ο χάρτης είχε τέσσερα γεωμετρικά σχήματα στις τέσσερις γωνίες του.
2. Πάνω αριστερά ήταν ένας κύκλος. **(Σ1)**
3. Πάνω δεξιά ήταν ένα ορθογώνιο τρίγωνο , του οποίου υπήρχε η διάμεσος επί την υποτείνουσα η ΑΜ , ($A = 90^0$) η οποία έχει διασωθεί. **(Σ2)**
4. Κάτω δεξιά, ήταν ένα τετράγωνο, του οποίου έχει διασωθεί η μία πλευρά , η ΔΕ **(Σ3)**
5. Κάτω αριστερά, ήταν ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΗΘΙ ($H = 90^0$) **(Σ4)**

Καθώς ήταν ολοκληρωμένα τα σχήματα, πέντε σημεία όριζαν ένα πεντάγωνο. Αυτά ήταν:

i) Το κέντρο του κύκλου στο (Σ1) (πρώτο σημείο)
ii) Οι δύο κορυφές των οξειών γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου στο (Σ2)(δεύτερο και τρίτο σημεία)
iii) Το κέντρο του τετραγώνου του (Σ3) (τέταρτο σημείο)
iv) Το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου στο ορθογώνιο τρίγωνο ΗΘΙ (πέμπτο σημείο)

Στο μέσον την μεγαλύτερης διαγωνίου του πενταγώνου, υπάρχει θαμμένος ο θησαυρός.

Μπορείτε να προσδιορίσετε το σημείο του θησαυρού επί χάρτου;



<u>**Τάξη για την οποία προτείνεται η δραστηριότητα**</u>:
Α΄Λυκείου

<u>**Προαπαιτούμενες γνώσεις:**</u>

«Η διάμεσος επί την υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου, ισούται με το μισό της» , «το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου σε ορθογώνιο τρίγωνο βρίσκεται στο μέσον της υποτείνουσας» . Η χαρακτηριστική ιδιότητα της μεσοκαθέτου ευθυγράμμου τμήματος. Ένας μαθητής , μπορεί να χρησιμοποιήσει και πρότερες των παραπάνω γνώσεις (με την έννοια της διαδοχής στο σχολικό Βιβλίο) λ.χ. την πρόταση « Αν από το μέσον μιας πλευράς

ενός τριγώνου φέρω παράλληλη προς μία βάση του, τότε αυτή θα διέλθει από το μέσον της τρίτης πλευράς»
Πάντως, σε κάθε περίπτωση, πρέπει να έχει γίνει διδασκαλία των απλών γεωμετρικών κατασκευών με κανόνα και διαβήτη.
Επίσης , θα πρέπει οι μαθητές να έχουν ήδη εξοικειωθεί με το λογισμικό και να μπορούν να χειρίζονται ανέτως τα εργαλεία κατασκευών.

<u>Προτεινόμενο λογισμικό:</u>

Sketchpad (το Cabri δεν επιδέχεται επικόλληση εικόνας)

<u>Σχεδιασμός της δραστηριότητας:</u>

Στους μαθητές που είναι μοιρασμένοι σε ομάδες των τριών , δίνεται (σε κάθε έναν) μία σελίδα με την εκφώνηση και το σχήμα , ενώ την έχουν και στην επιφάνεια εργασίας με την μορφή του εγγράφου κειμένου.
Πρέπει να γνωρίζουν ότι υπάρχει δυνατότητα αντιγραφής και επικόλλησης του σχήματος στο sketcpad, άλλως τους υποδεικνύεται. Επίσης τους εφιστάται η προσοχή να μην παραμορφώσουν «μονόπλευρα» το σχήμα τους (μόνο διαγωνίως επιτρέπεται μεγέθυνση σμίκρυνση. Πάντως η εικόνα , ηλεκτρονικά είναι σχεδιασμένη για να χωρά ακριβώς σε μια οθόνη με την συνήθη ανάλυση, αν και η «συνήθης ανάλυση οθόνης» δεν είναι πάντα ίδια για όλους.
Μπορούν να δουλεύουν την ανάλυση προβλήματος πάνω στο χαρτί και να υλοποιούν την κατασκευή στο περιβάλλον του λογισμικού.
Ο διδάσκων μπορεί να κάνει τις κατάλληλες διδακτικές του νύξεις αν δει ότι δεν προχωρεί η κατασκευή
Ουσιαστικά οι επί μέρους κατασκευές είναι τέσσερις . Η μία αφορά την εύρεση του κέντρου του κύκλου και η οποία θα μπορούσε να έχει διδαχθεί με τον παραδοσιακό τρόπο και να επανυλοποιηθεί επί περιβάλλοντος λογισμικού. Καλή είναι η επανάληψη.
Άλλη κατασκευή αφορά τετράγωνο και θα μπορούσε κάποιος να την υλοποιήσει με την κατασκευή από τα προσαρτημένα εργαλεία έτοιμης κατασκευής τετραγώνου. Και αυτό πρέπει να θεωρηθεί δεκτό.
Ένα καλό που έχει η κατασκευή σχημάτων στο sketchpad, είναι ότι οι κατασκευές αφήνουν «ηλεκτρονικά ίχνη» δηλ. Με επιλογή αντικειμένου –δεξί κλικ-ιδιότητες, παίρνω όλη την ιστορία της κατασκευής (ή και με επιλογή «εμφάνιση των κρυφών») και συνεπώς δύο ευθείες που φαίνονται κάθετες, διαπιστώνεται αν έχουν κατασκευασθεί κάθετες ή «με το μάτι» Εμμέσως , αυτό διαπιστώνεται και με την δυναμική συμπεριφορά του σχήματος, αλλά υποτίθεται δεν μπορούμε «να χαλάσουμε» με σύρσιμο μια κατασκευή των μαθητών…

<u>Μια διαφαινόμενη αντίφαση της δραστηριότητας:</u>

Όπως θα διαπιστώσει αμέσως ο κάθε μαθηματικός, η συγκεκριμένη δραστηριότητα, δεν εκμεταλλεύεται ούτε στο ελάχιστο τον δυναμικό χαρακτήρα του εργαλείου και άρα πρόκειται για δραστηριότητα, η οποία κάλλιστα θα μπορούσε να υλοποιηθεί με τον παραδοσιακό τρόπο με μολύβι και χαρτί και πιθανώς καλύτερα. Προς τι λοιπόν η δραστηριότητα με το συγκεκριμένο λογισμικό αν δεν εκμεταλλεύεται τις δυνατότητές του;

<u>Η απάντηση:</u>

1. Δεν είναι προφανές ότι το εργαλείο υπερκαλύπτει το «χαρτί και το μολύβι» (Ιδίως στην συνείδηση μεγαλωμένων προσώπων χωρίς λογισμικά . Και οι μαθητές μας, τέτοια πρόσωπα είναι, αφού δεν έχουν μπει τα εργαλεία αυτά ακόμα εκτεταμένα στην διδακτική πράξη και δεν θα μπουν ουσιαστικά-δυστυχώς- αν δεν μπουν και στην –όποια- «εξέταση» και βεβαίως αν δεν τα χειρίζονται ανέτως οι ενήλικοι καθηγητές τους, έχοντας πεισθεί εκ παραλλήλου και για την συνακόλουθη διδακτική στάση που προϋποθέτει και ο χαρακτήρας του συγκεκριμένου λογισμικού)
2. Η μεγαλύτερη διαγώνιος, στην πραγματικότητα, ελάχιστα διαφέρει από την αμέσως μικρότερη. Δημιουργείται αμφιβολία περί το αποτέλεσμα, αφού κατά πρώτον, όλοι θα βρουν διαφορετικά μήκη «μεγαλυτέρας διαγωνίου». Οι γραμμές μας έχουν ικανό πλάτος, το

λογισμικό λειτουργεί με προσεγγίσεις εμφάνισης στις μετρήσεις του το εκατοστό της όποιας μονάδας (προεπιλογή) το που θα πάρουμε κάποια σημεία δεν είναι απολύτως σαφές και επιδέχεται σφάλματος. Η μεγάλη κλίμακα του χάρτη (ας πούμε 1: 1.000) πολλαπλασιάζει το σφάλμα επί πραγματικού εδάφους επί 1.000 . Με ελαφρύ δυναμικό χειρισμό των σχημάτων (στα όρια πάχους των γραμμών) και αφού ενεργοποιηθεί η επιλογή σχεδίαση ίχνους για το μέσον της μεγαλυτέρας διαγωνίου , μπορούμε να πάρουμε μια περιοχή του χάρτη, όπου μέσα της είμαστε σίγουροι ότι υπάρχει ο θησαυρός! Κάποιος θα μπορούσε να πει να πάρουμε την μέση τιμή των μετρήσεων των μαθητών και με κέντρο την τιμή αυτή και ακτίνα την μεγαλύτερη ευρεθείσα απόκλιση από την τιμή αυτή να φτιάξω ένα κύκλο, εντός του οποίου να σκάψουμε. Πόσο ακριβές μπορεί να είναι αυτό; Το σημείο του θησαυρού , δυναμικά , μπορεί να μεταβάλλεται περισσότερο σε μια διεύθυνση και λιγότερο σε άλλη. Γιατί να είναι κύκλος η πιθανή περιοχή σκαψίματος και όχι μια άλλη τυχαία που καθορίζεται από την σχεδίαση ίχνους του μέσου σημείου της διαγωνίου ;

Τα τελευταία ερωτήματα βεβαίως δεν μπορούν να πραγματοποιηθούν εντός μιας διδακτικής ώρας και μπορούν να ανατεθούν –ίσως- ως μια εργασία «κατ΄οίκον[1]» αλλά και ανά ομάδες .

---

[1] Μάλιστα (θα το προέτεινε κάποιος στο αμέσως προσεχές μέλλον) θα μπορούσε αυτή η «κατ΄οίκον» ομαδική εργασία (ή η όποια άλλη) να διεξάγεται μέσω «messenger» , όπου ήδη υπάρχει επικοινωνία ζωντανή μέσω κάμερας (το 1976 που ο πρόεδρος των ΗΠΑ και της ΕΣΣΔ συνομίλησαν με έναν πρωτόγονο παρεμφερή τρόπο, αυτό θεωρήθηκε μέγιστη συμβολή στην ειρήνη , την συνεργασία στην κατανόηση κτλ) παράλληλα, εκτός από την κάμερα με ήχο, υπάρχει δυνατότητα κοινής χρήσης της επιφάνειας εργασίας και ορισμένων εφαρμογών (Ζωγραφική) και ταχεία ανταλλαγή αρχείων (τα μεγέθη των αρχείων των λογισμικών και σε σχέση με τις ταχύτητες στο διαδίκτυο πρακτικά είναι …ανύπαρκτα!)
Το κόστος είναι το εξής:

- 600€ για τον καλύτερο φορητό του κόσμου με κάμερα κτλ (της προηγούμενης διετίας μεν, αλλά και τώρα , κάνει πολύ καλά την δουλειά του. Αυτός που κάνει τώρα 2.400€ σε δύο χρόνια που θα αλλάξω τον δικό μου θα κάνει πάλι 600€)
- Το κόστος σύνδεσης ADSL σε μέγιστη οικιακή ταχύτητα πρόσβασης που είναι περίπου 30€ /μήνα , αλλά με όλα τα πλεονεκτήματα που γνωρίζουμε όλοι.